

Piensaściu wymierne

Rozwiązanie równania 5 przykład)

$$9x^4 + 9x^3 + 11x^2 + 9x + 2 = 0.$$

Należy wykonać następujące kroki; wyznaczamy

I dzielniki wyrazu wolnego $a_0 = 2$, tj. $-1, 1, -3, 3, -9, 9$ (I)

II dzielniki wyrazu a_4 (współczynnika przy najwyższej potęgce)

$$a_4 = 9, \text{ tj. } -1, 1, -3, 3, -9, 9. \text{ (II)}$$

Następnie tworzymy ułamki $\frac{p}{q}$ z których liczniki są dzielnikami wyrazu a_0 , a mianowniki dzielnikami wyrazu a_4 .

Otrzymujemy w ten sposób ułamki; które są potencjalnymi pierwiastkami wielomianu $9x^4 + 9x^3 + 11x^2 + 9x + 2$.

$$\text{Są to } 1, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, -\frac{2}{9}. \left(\frac{p}{q}\right)$$

Sprawdzamy, które z powyższych liczb są pierwiastkami wielomianu.

$$w(1) \neq 0, w(-1) \neq 0, w(-\frac{1}{3}) = 9 \cdot \frac{1}{81} + 9 \cdot \left(-\frac{1}{27}\right) + 11 \cdot \frac{1}{9} - 9 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{1}{9} - \frac{3}{9} + \frac{11}{9} - 1 = 0$$

Należy podzielić wielomian $9x^4 + 9x^3 + 11x^2 + 9x + 2$ przez dwumian

$$x + \frac{1}{3}:$$

	x^4	x^3	x^2	x	a_0
	9	9	11	9	2
$-\frac{1}{3}$		-3	-2	-3	-2
	9	6	9	6	0

$$p(x) = 9x^3 + 6x^2 + 9x + 6 = x^2(9x + 6) + (9x + 6) = (9x + 6)(x^2 + 1)$$

Należy znaleźć teraz pierwiastki wielomianu $p(x)$, stąd $p(x) = 0$

$$\text{gdzie } 9x + 6 = 0 \text{ lub } x^2 + 1 = 0. \text{ Stąd } 1^\circ x = -\frac{2}{3}, 2^\circ \text{ sprzeczne.}$$

Stąd rozwiązaniami równania są liczby $-\frac{1}{3}$ i $-\frac{2}{3}$.

Rozwiązanie zadania 3 pytań 01)

$$2x^4 + 5x^3 = 8x^2 + 5x \Leftrightarrow 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x^3 + 5x^2 - 8x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x=0} \text{ lub } 2x^3 + 5x^2 - 8x - 5 = 0$$

Probelniki $a_0 = -5$: $-1, 1, -5, 5$ (L)

probelniki $a_3 = 2$: $-1, 1, -2, 2$ (M)

Tronowy ułamek $\frac{L}{M}$: $-1, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -5, 5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{2}$

Sprawdzamy, która z propozycji lub jest pierwiastkiem wielomianu $2x^3 + 5x^2 - 8x - 5 = 0$:

$$w(-1) = -2 + 5 + 8 - 5 \neq 0, w(1) = 2 + 5 - 8 - 5 \neq 0$$

$$w(-\frac{1}{2}) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 5 = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4} + 4 - 5 = 0$$

Zatem $-\frac{1}{2}$ jest pierwiastkiem. Drugim wielomianem

$2x^3 + 5x^2 - 8x - 5$ przez dzielnik $x + \frac{1}{2}$:

	x^3	x^2	x	a_0
	2	5	-8	-5
$-\frac{1}{2}$		-1	-2	5
	2	4	-10	0

$$p(x) = 2x^2 + 4x - 10 \quad \Delta = 16 - 4 \cdot (-10) \cdot 2 = 16 + 80 = 96$$

$$\sqrt{\Delta} = 4\sqrt{6}$$

$$x_1 = \frac{-4 - 4\sqrt{6}}{4} = -\frac{1}{1} - \frac{\sqrt{6}}{1} = -1 - \sqrt{6} \text{ lub } x_2 = \frac{-4 + 4\sqrt{6}}{4} = -\frac{1}{1} + \frac{\sqrt{6}}{1} = -1 + \sqrt{6}$$

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	3

Pierwiastkami równania są liczby: $0, -\frac{1}{2}, -1 - \sqrt{6}, -1 + \sqrt{6}$.